



**Laboratorio di Algoritmi e
Strutture Dati**

Aniello Murano
www.dia.unisa.it/dottorandi/murano

1



**Come usare la
ricorsione**

2

Risolvere un problema per ricorsione

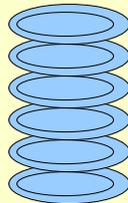
1. Pensa ad un problema "piu' piccolo" (di "taglia" piu' piccola)
2. Supponi che il problema piccolo sia gia' risolto dal calcolatore: devi solo dire come mettere insieme la soluzione generale.
3. !! Caso di base:
Pensa il caso/i casi di soluzione immediata
(qual e' il caso "piu' semplice possibile" ?)
4. Verifica che il tuo algoritmo raggiunga un caso di base a partire da qualunque input.



3

Esempio

PROBLEMA: Voglio lavare una pila di 15 piatti



4

Soluzione ricorsiva al problema

PROBLEMA: Voglio lavare una pila di 15 piatti.

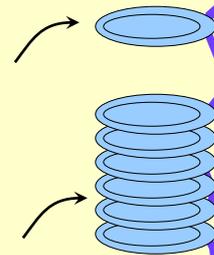
Ho un sistema che me li fa trovare lavati
se gli do' una pila piu' piccola:
(se do' al calcolatore 14 piatti, e' disposto a lavarli lui)

Algoritmo **RICORSIVO**:

- > prendo un piatto,
- > resta una pila di 14 piatti: il calcolatore me li lava lui
- > lavo il mio piatto

*un po' più semplice
del problema intero*

facilissimo



5

Ricorsione

PROBLEMA: Voglio lavare N piatti

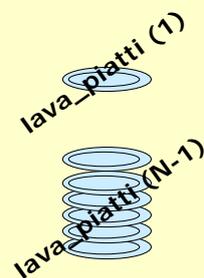
Algoritmo **RICORSIVO**

- > lavo un piatto

*caso base:
facilissimo*

- > lava_piatti ($N-1$)

*passo ricorsivo:
un po' meno faticoso
del problema intero*



6

Esempio

```
void lava_piatti(n)
{
    if (nessun_piatto_da_lavare) // caso base
        riposati!
    else // passo ricorsivo
    {
        Prendi un piatto
        Lavalo
        lava_piatti(n-1)
    }
}
```

Condizione di
terminazione

Chiamata
Ricorsiva

il numero di piatti da lavare decresce:
la terminazione e' garantita!

7

Una funzione ricorsiva...

Ha una o piu' condizioni di terminazione
(casi base)

Chiama se stessa ricorsivamente.

Ad ogni chiamata ci si avvicina
alla condizione di terminazione

8

Stampa dei primi N interi positivi

Per esempio, $N=3$.

Assumiamo che il calcolatore sappia fare la stampa di $N-1$ interi (I primi due interi).

Il mio risultato è dato da:
dopo aver stampato i primi $N-1$ interi (2 interi) stampa l'ennesimo intero (l'intero 3)

Attenzione: Gli elementi devono essere stampati in ordine crescente!



9

Idea di base

MORALE:

assumo che la chiamata ricorsiva svolge sempre il suo compito correttamente.

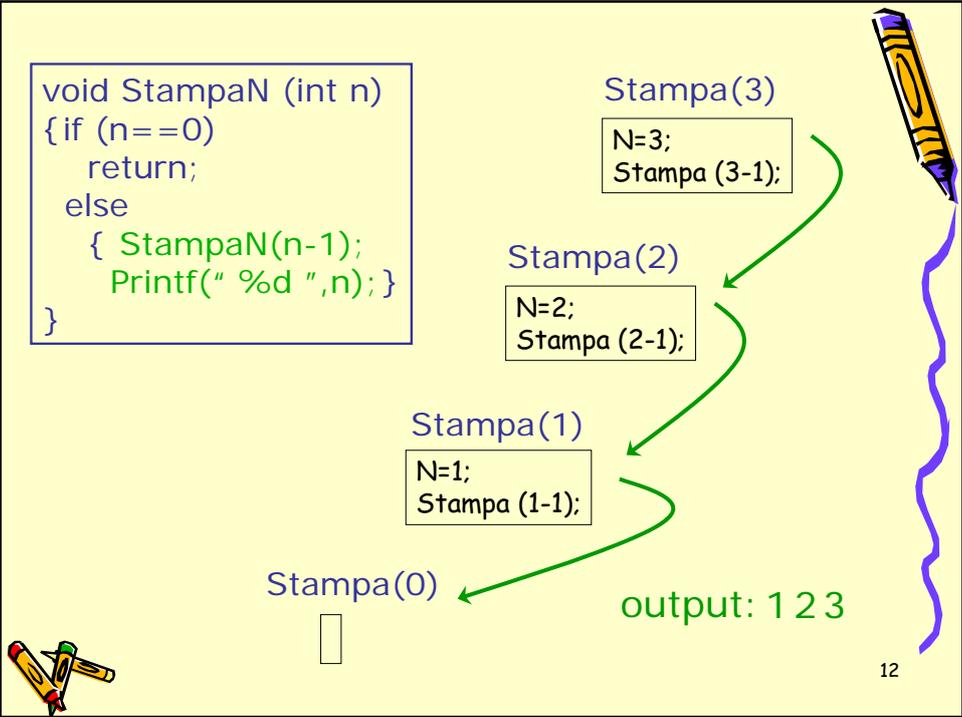
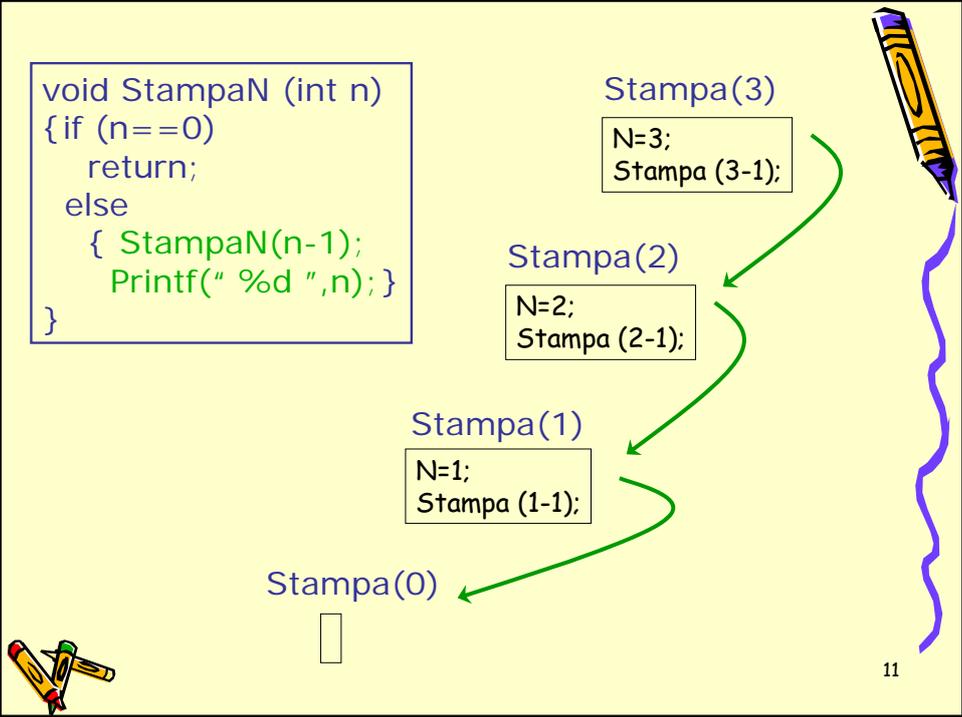
Devo concentrarmi solo sull'ultimo passo, quello che programmo io, per ottenere la soluzione corretta.

IMPORTANTE

Quest'idea ci permette anche di *verificare* che quello che abbiamo scritto è corretto:
se la chiamata ricorsiva è corretta, ed aggiungo il mio passo, ho il risultato giusto?

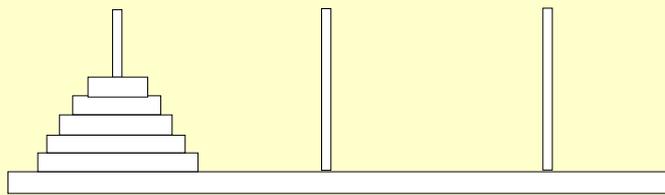


10



Le Torri di Hanoi

- Quello delle *Torri di Hanoi* è un gioco che si svolge con tre paletti e alcuni dischi di diametro differente con un foro al centro in modo da poter essere infilati nei paletti.
- Inizialmente i dischi sono tutti impilati a piramide sul primo paletto. Il disco più grande è in basso, il più piccolo in alto.



13

SCOPO DEL GIOCO

- Lo scopo del gioco è quello di trasferire i dischi dal paletto di sinistra a quello di destra, senza mai mettere un disco su un altro di dimensione più piccola.

REGOLE DEL GIOCO

- ☞ È possibile spostare un solo disco alla volta;
- ☞ tutti i dischi devono essere sempre infilati nei paletti.

STRATEGIA

- ☞ La strategia consiste nel considerare uno dei paletti come origine e un altro come destinazione. Il terzo paletto sarà utilizzato come deposito temporaneo.

Simulazione

14

STRATEGIA

Supponiamo di avere n dischi, numerati dal più piccolo al più grande. Inizialmente sono tutti impilati nel paletto di sinistra.

Il problema di spostare n dischi sul paletto di destra può essere descritto in modo ricorsivo così:

- Spostare i primi $n-1$ dischi dal paletto di sinistra a quello di centro.
- Spostare il disco n -esimo (il più grande) sul paletto di destra.
- Spostare i rimanenti $n-1$ dischi dal paletto di centro a quello di destra.

In questo modo il problema può essere risolto per qualsiasi valore di $n > 0$ ($n=0$ è la condizione di stop della ricorsione).



15

PROGRAMMA

- Vogliamo un programma che ci dia la strategia da seguire dato il numero di dischi
 - ☞ il primo paletto (quello di sinistra) con Sorgente
 - ☞ il secondo paletto (quello di centro) con Aux
 - ☞ il terzo paletto (quello di destra) con Destinazione
- Definiamo la procedura ricorsiva transfer, che trasferisce n dischi da un paletto all'altro.



16